

佛教大光慈航中學  
中四級數學科

姓名：\_\_\_\_\_ 分數：\_\_\_\_\_  
班別：\_\_\_\_\_ ( ) 日期：\_\_\_\_\_

第八課 對數

對數的性質

設  $a, b > 0, a, b \neq 1$  及  $x, y > 0$ 。

- (a)  $\log_a a^x = x$                       (b)  $\log_a 1 = 0$                       (c)  $\log_a a = 1$   
 (d)  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$                       (e)  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$   
 (f)  $\log_a x^k = k \log_a x$  ( $k$  是任意實數)                      (g)  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  (換底公式)

指數方程

指數中含有未知數的方程稱為指數方程。

設  $a > 0$  及  $a \neq 1$ 。

- (a) 若  $a^x = a^y$ ，則  $x = y$ 。                      (b) 若  $a^x = y$ ，則  $x = \log_a y = \frac{\log y}{\log a}$ 。

例題 1

解  $4^{3x+1} = 4^{5-x}$ 。

$$4^{3x+1} = 4^{5-x}$$

$\therefore 3x + 1 = 5 - x$       ◀ 當  $a > 0$  及  $a \neq 1$  時，  
 可從  $a^x = a^y$  得出  $x = y$ 。

$$4x = 4$$

$$x = \underline{1}$$

解下列各指數方程。[第 1–2 題]

1.  $2^{x-2} = \sqrt{2}$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2.  $3^{2-3x} = \frac{1}{9}$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

例題 2

解  $3^x = 11$ ，取答案準確至三位有效數字。

$$3^x = 11$$

$\log 3^x = \log 11$       ◀ 兩邊取常用對數。

$x \log 3 = \log 11$       ◀  $\log_a x^k = k \log_a x$

$$x = \frac{\log 11}{\log 3}$$

$$= \underline{2.18} \text{ (準確至三位有效數字)}$$

解下列各指數方程，取答案準確至三位有效數字。[第 3–4 題]

3.  $19^x = 1.9$

4.  $5^{2x} = \sqrt{15}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 對數方程

含有未知數的對數的方程稱為對數方程。

設  $a > 0$  及  $a \neq 1$ 。

(a) 若  $\log_a x = y$ ，則  $x = a^y$ 。      (b) 若  $\log_a x = \log_a y$ ，則  $x = y$ 。

### 即時例題 3

解  $\log_5 x = 3$  和  $\log_2 (y + 4) = \log_2 3$ 。

$$\begin{aligned} \log_5 x &= 3 \\ \therefore x &= 5^3 \\ &= \underline{\underline{125}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_2 (y + 4) &= \log_2 3 \\ \therefore y + 4 &= 3 \\ y &= \underline{\underline{-1}} \end{aligned}$$

解下列各對數方程。[第 5–6 題]

5.  $\log_3 x = -2$

6.  $\log (x + 3) = 4 \log 3$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---