

佛教大光慈航中學
中四級數學科

姓名：_____ 分數：_____
班別：_____ () 日期：_____

第八課 對數

對數的意義

設 $a > 0$ 及 $a \neq 1$ 。

- (a) 若 $X = a^y$ ，則 $y = \log_a X$ 。
- (b) 若 $y = \log_a X$ ，則 $X = a^y$ 。
- (c) $\log_{10} X$ (或 $\log X$) 表示 X 的常用對數。

- $\log_a X$ 稱為 X 以 a 為底的對數。
- 當 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ 及 $X > 0$ 時， $\log_a X$ 才有意義。

例題 1

求 $\log_4 64$ 的值。

$\because 4^3 = 64$ 底 = 4

$\therefore \log_4 64 = \underline{3}$

求下列各對數的值。[第 1–2 題]

↪ 習題 8A : 3

1. $\log_6 1$

2. $\log_9 3$

例題 2

若 $\log_7 X = 2$ ，求 X 的值。

$\because \log_7 X = 2$

$\therefore X = 7^2$
 $= \underline{49}$

求下列各式中 X 的值。[第 3–4 題]

↪ 習題 8A : 4

3. $\log_4 X = 1$

4. $\log_{\frac{1}{3}} X = 3$

對數的性質

設 $a, b > 0, a, b \neq 1$ 及 $x, y > 0$ 。

(a) $\log_a a^x = x$

(b) $\log_a 1 = 0$

(c) $\log_a a = 1$

(d) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

(e) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

(f) $\log_a x^k = k \log_a x$ (k 是任意實數)

(g) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ (換底公式)

例題 3

求 $\log_5 3 + \log_5 \frac{1}{3}$ 的值。

$$\begin{aligned} \log_5 3 + \log_5 \frac{1}{3} &= \log_5 \left(3 \times \frac{1}{3} \right) \quad \leftarrow \log_a x + \log_a y = \log_a xy \\ &= \log_5 1 \\ &= \underline{0} \quad \leftarrow \log_a 1 = 0 \end{aligned}$$

不用計算機，求下列各題的值。[第 5–8 題]

5. $\log_{10} 2 + \log_{10} 5$

6. $\log_3 81 - \log_3 9$

7. $\log 3 \times \log_3 10$

8. $\frac{\log_2 7^4}{\log_2 7^9}$
